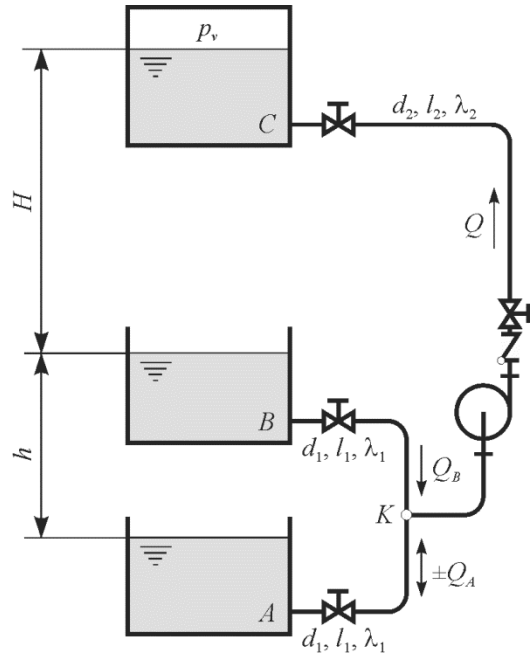


Задатак 4: Центрифугална пумпа познате карактеристике при $n = 1450 \text{ min}^{-1}$ пребацује воду из резервоара A и B у резервоар C кроз цевовод приказан на слици. Разлике нивоа у резервоарима износе $h = 5 \text{ m}$ и $H = 14 \text{ m}$. Резервоар C је затворен и у њему влада потпритисак $p_v = 0,5 \text{ bar}$. Цевовод се састоји из две једнаке деонице AK и BK чије су карактеристике $d_1 = 80 \text{ mm}$, $l_1 = 18 \text{ m}$, $\lambda_1 = 0,025$, $\Sigma \zeta_1 = 4$ и магистралне деонице KC карактеристика $d_2 = 125 \text{ mm}$, $l_2 = 50 \text{ m}$, $\lambda_2 = 0,022$ и $\Sigma \zeta_2 = 5$.



Одредити:

1. Протоке из резервоара A и B и проток, напор и потребну снагу пумпе.
2. Колика треба да буде брзина обртања пумпе да би се проток ка резервоару C повећао за 20 %? Колика је тада потребна снага пумпе?
3. При којој брзини обртања пумпе ће проток из резервоара A престати? Колика је тада потребна снага пумпе?

Радне карактеристика пумпе при $n = 1450 \text{ min}^{-1}$:

Q_p [L/s]	0	5	10	15	20	25	30	35	40
Y_p [J/kg]	284,5	304	319	324	314	284,5	235,5	167	78,5
η_p [%]	0	30	50	63	71	75	75	70	58

Решење (1):

Задатак се решава применом Бернулијеве једначине за све деонице цевовода у којима фигурише само један непознати проток и једначине континуитета за чвор K .

Ако се усвоји да се све висинске разлике мере од нивоа воде у резервоару A , те да су брзине струјања на површинама воде у свим резервоарима занемарљиве, одговарајуће Бернулијеве једначине гласе:

Б.Ј. $A-K$ ($Q_A > 0$) и $K-A$ ($Q_A < 0$)

$$0 = e_K(Q_A) + \frac{8Q_A|Q_A|}{\pi^2 d_1^4} \left(\lambda_1 \frac{l_1}{d_1} + \Sigma \zeta_1 \right)$$

односно након сређивања по $e_K(Q_A)$

$$e_K(Q_A) = -\frac{8Q_A|Q_A|}{\pi^2 d_1^4} \left(\lambda_1 \frac{l_1}{d_1} + \sum \zeta_1 \right) = Y_{cA-K}(Q_A) \quad (1)$$

што има форму карактеристике цевовода тј. деонице цевовода А-К.

Б.Ј. В-К

$$gh = e_K(Q_B) + \frac{8Q_B^2}{\pi^2 d_1^4} \left(\lambda_1 \frac{l_1}{d_1} + \sum \zeta_1 \right)$$

односно након сређивања по $e_K(Q_B)$

$$e_K(Q_B) = gh - \frac{8Q_B^2}{\pi^2 d_1^4} \left(\lambda_1 \frac{l_1}{d_1} + \sum \zeta_1 \right) = Y_{cB-K}(Q_B) \quad (2)$$

што представља карактеристику деонице цевовода В-К.

Б.Ј. К-С

$$e_K(Q) + Y_p = g(h + H) - \frac{p_v}{\rho} + \frac{8Q^2}{\pi^2 d_2^4} \left(\lambda_2 \frac{l_2}{d_2} + \sum \zeta_2 \right) = Y_c(Q) \quad (3)$$

Једначина континуитета за чвор К гласи:

$$Q = Q_A + Q_B \quad (4)$$

Израз на десној страни једначине (3) представља карактеристику магистралног цевовода до резервоара С тј. $Y_c(Q)$. Израз на левој страни представља редну везу пумпе и пумпног (усисног) цевовода, који се у овом случају састоји из деоница А-К и В-К. Ова веза може формално да се означи као редукована карактеристика пумпе:

$$Y_{pr}(Q) = e_K(Q) + Y_p \quad (5)$$

Једначина (3) сада може упрошћено да се напише у облику:

$$Y_{pr}(Q) = Y_c(Q) \quad (6)$$

Према томе, може се рећи да и овај релативно сложен хидраулички систем може да се сведе на прост систем који се састоји из магистралног цевовода и једне замишљене пумпе, чија карактеристика садржи карактеристику стварне пумпе и читавог усисног цевовода (тј. и овај задатак може формално да се сведе на задатак 1).

Карактеристике пумпе $Y_p(Q_p)$, $\eta_p(Q_p)$, редуковане карактеристике пумпе $Y_{pr}(Q)$, карактеристике усисних цевних деоница $Y_{cA-K}(Q_A)$, $Y_{cB-K}(Q_B)$ и карактеристика магистралног цевовода $Y_c(Q)$ приказане су графички на слици. Треба приметити је овде $Q_p = Q$.

Остаје још да се одреди функција $e_K(Q)$ у једначини (3) или (5) која представља специфичну енергију флуида у рачви К, односно у пресеку непосредно иза рачве, у којем се појављује проток Q . Иста ова специфична енергија појављује се у једначини (1) у функцији протока

Q_A и у једначини (2) у функцији протока Q_B . У устаљеном радном режиму леве стране једначина (1) и (2) бројчано морају бити једнаке, па морају бити једнаке и одговарајуће карактеристике на десним странама тих једначина. Другим речима, карактеристике цевних деоница $Y_{cA-K}(Q_A)$ и $Y_{cB-K}(Q_B)$ треба паралелно спрегнути сагласно једначини континуитета (4), тј. при истом напору/ специфичној енергији (e_K) сабирају се протоци Q_A и Q_B .

Резултат, односно карактеристика паралелне везе усисних деоница цевовода $A-K$ и $B-K$ приказана је на слици $\rightarrow Y_{cA+B}(Q_A + Q_B) = Y_{cA+B}(Q) = e_K(Q)$.

Сагласно једначини (5), сабирањем добијене карактеристике паралелне везе усисних цевовода са карактеристиком пумпе добија се редукована карактеристика пумпе, која је такође приказана на слици $\rightarrow Y_{pr}(Q)$.

Коначно, према једначини (6), у пресеку карактеристике магистралног цевовода $Y_c(Q)$ и редуковане карактеристике пумпе $Y_{pr}(Q)$ добија се радна тачка система RT_1 из које се може очитати проток кроз магистрални цевовод, односно ка резервоару C :

$$RT_1 \rightarrow Q_1 = 32 \frac{L}{s}$$

Протоци из резервоара A и B добијају се крећући се уназад кроз поступак који је довео до редуковане карактеристике пумпе $Y_{pr}(Q)$ и радне тачке RT_1 : из радне тачке RT_1 повлачи се вертикала $Q_1 = const$ до карактеристике паралелне везе усисних цевовода $Y_{cA+B}(Q) = e_K(Q)$, а затим се из добијене пресечне тачке повлачи хоризонтала $e_K(Q_1) = const$ до карактеристика цевних деоница $Y_{cA-K}(Q_A)$ и $Y_{cB-K}(Q_B)$ са којих се коначно очитавају тражени протоци:

$$Q_{A1} = 12,0 \frac{L}{s} \quad Q_{B1} = 20,0 \frac{L}{s}$$

Радна тачка пумпе RT_{p1} добија се на карактеристици пумпе $Y_p(Q_p)$, изнад радне тачке система RT_1 (на вертикали $Q_{p1} = Q_1 = const$). Вертикално растојање радне тачке пумпе RT_{p1} од радне тачке система RT_1 одговара специфичној енергији у рачви K при добијеним протоцима $\rightarrow e_K(Q_1) = e_K(Q_{A1}) = e_K(Q_{B1})$.

Из радне тачке пумпе RT_{p1} очитавају се проток, напор и степен корисности пумпе на основу којих се коначно срачунава тражена потребна снага пумпе:

$$RT_1 \rightarrow RT_{p1} \rightarrow Y_{p1} = 210,6 \frac{J}{kg} \quad Q_{p1} = Q_1 = 32,0 \frac{L}{s} \quad \eta_{p1} = 73,7 \%$$

$$P_{p1} = \frac{\rho Q_{p1} Y_{p1}}{\eta_{p1}} = 9,15 \text{ kW}$$

Решење (2) – регулисање пумпе на задати проток променом брзине обртања

Радна тачка система RT_2 добија се на карактеристици цевовода $Y_c(Q)$ из услова задатака да је проток Q_2 за 20 % већи од протока Q_1 :

$$Q_2 = 1,2Q_1 = 1,2 \cdot 32 \text{ L/s} = 38,4 \text{ L/s} \rightarrow RT_2$$

Слично као у решењу (1), кроз радну тачку RT_2 мора да прође редукована карактеристика пумпе Y_{pr}^* која би одговарала карактеристици пумпе Y_p^* при непознатој брзини обртања n_2 . Сама карактеристика пумпе Y_p^* треба да прође кроз радну тачку пумпе RT_{p2} која, сагласно једначини (5), мора бити изнад радне тачке система RT_2 за вредност специфичне енергије у рачви K при захтеваном протоку система $\rightarrow e_K(Q_2)$. Из радне тачке пумпе RT_{p2} читавају се радни параметри које пумпа треба да оствари при непознатој брзини обртања n_2 :

$$RT_{p2} \rightarrow Y_{p2} = 251,8 \frac{\text{J}}{\text{kg}} \quad Q_{p2} = Q_2 = 38,4 \text{ L/s}$$

Да би се одредила брзина обртања n_2 , кроз радну тачку пумпе RT_{p2} потребно је провући параболу сличности (види слику):

$$Y_s^*(Q_s) = \left(\frac{Y_{p2}}{Q_{p2}^2} \right) Q_s^2 = 0,1707 Q_s^2$$

У пресеку тако добијене параболе сличности $Y_s^*(Q_s)$ и радне карактеристике пумпе $Y_p(Q_p)$ при $n = 1450 \text{ min}^{-1}$, добија се слична тачка ST_2 из које је потребно прочитати проток (или напор) и степен корисности:

$$ST_2 \rightarrow Q_{s2} = 33,4 \frac{\text{L}}{\text{s}} \quad \eta_{s2} = \eta_{p2} = 72,2 \%$$

Тражена брзина обртања се добија из услова сличности:

$$n_2 = \frac{Q_{p2}}{Q_{s2}} n = 1666 \text{ min}^{-1}$$

Коначно, потребна снага пумпе износи:

$$P_{p2} = \frac{\rho Q_{p2} Y_{p2}}{\eta_{p2}} = 13,4 \text{ kW}$$

Решење (3):

Из услова задатка да је $Q_{A3} = 0$, односно да је $Q_{B3} = Q_3$ добија се радна тачка система RT_3 на карактеристици ценовода $Y_c(Q)$. Кроз радну тачку RT_3 мора да прође редукована карактеристика пумпе Y_{pr}^{**} која одговара карактеристици пумпе Y_p^{**} при непознатој брзини обртања n_3 али и сама карактеристика пумпе Y_p^{**} , са обзиром да је сада вредност специфичне енергије у рачви K једнака нули, тј. $e_K(Q_3) = 0$.

Другим речима, радна тачка пумпе RT_{p3} се у овом специфичном случају поклапа са радном тачком система RT_3 .

Из тако одређене радне тачке RT_{p3} читавају се потребни радни параметри пумпе:

$$RT_{p3} \rightarrow \quad Y_{p3} = 148,0 \frac{\text{J}}{\text{kg}} \quad Q_{p3} = Q_3 = 16,0 \frac{\text{L}}{\text{s}}$$

Непозната брзина обртања одређује се применом закона сличности, односно кроз радну тачку пумпе RT_{p3} потребно је провући параболу сличности (види слику):

$$Y_s^{**}(Q_s) = \left(\frac{Y_{p3}}{Q_{p3}^2} \right) Q_s^2$$

У пресеку тако добијене параболе сличности $Y_s^{**}(Q_s)$ и радне карактеристике пумпе $Y_p(Q_p)$ при $n = 1450 \text{ min}^{-1}$, добија се тзв. слична тачка ST_3 из које је потребно очитати проток (или напор) и степен корисности:

$$ST_3 \rightarrow \quad Q_{s3} = 22,8 \frac{\text{L}}{\text{s}} \quad \eta_{s3} = \eta_{p3} = 73,7 \%$$

Тражена брзина обртања се добија из услова сличности:

$$n_3 = \frac{Q_{p3}}{Q_{s3}} n = 1118 \text{ min}^{-1}$$

Коначно, потребна снага пумпе износи:

$$P_{p3} = \frac{\rho Q_{p3} Y_{p3}}{\eta_{p3}} = 3,2 \text{ kW}$$

Домаћи:

1. Колики су протоци из резервоара A и B у задатку под (2)?
2. Решити исти задатак тако што ће се Бернулијева једначина (3) написати у облику:

$$Y_p = g(h + H) - \frac{p_v}{\rho} + \frac{8Q^2}{\pi^2 d_2^4} \left(\lambda_2 \frac{l_2}{d_2} + \Sigma \zeta_2 \right) - e_K(Q) = Y_c(Q) - e_K(Q)$$

односно, треба редно узети карактеристику магистралног цевовода $Y_c(Q)$ и карактеристику паралелне везе усисних цевовода $e_K(Q) = Y_{cA+B}(Q)$

